Презентация УМК Муравиных «Математика. 5-11 классы»

Сайт: http://muravin2007.narod.ru

Легко учить, интересно учиться!

Сайт учебно-методического комплекта по математике для 5-11 классов

МУРАВИНЫХ

Гостевая книга

НОВОСТИ

О нас

Учебники

КНИГИ

Внедрение

документы

Фотоальбом

Статьи

АРХИВ

Начальная школа

Материалы для чтения и скачивания

Полезные ссылки

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ

Приветствуем Вас на нашем сайте!

Главной целью сайта является оказание методической помощи учителям математики, работающим по нашим учебникам.

На сайте Вы можете:

-- познакомиться с нами, с нашими учебниками и другими работами, а также с интересными и актуальными публикациями;

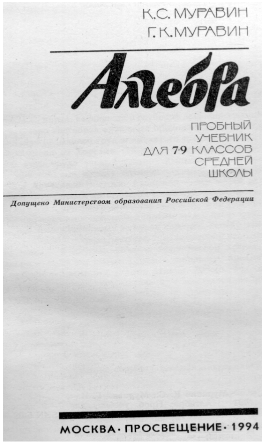
-- высказать свое мнение по любой проблеме преподавания математики;

-- задать вопрос и получить на него ответ;

-- скачать материалы, еще не вышедшие из печати;

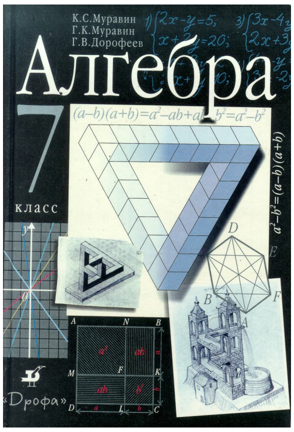
-- найти книжные магазины, которые активно сотрудничают с издательством "Дрофа".

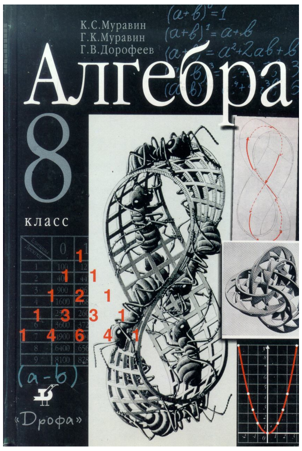
ИСТОРИЯ СОЗДАНИЯ УЧЕБНИКОВ

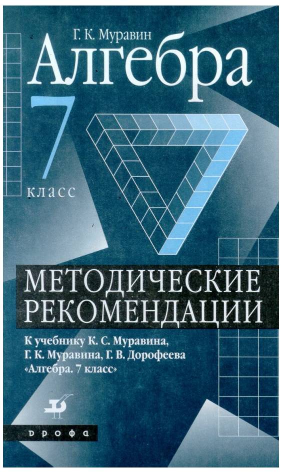


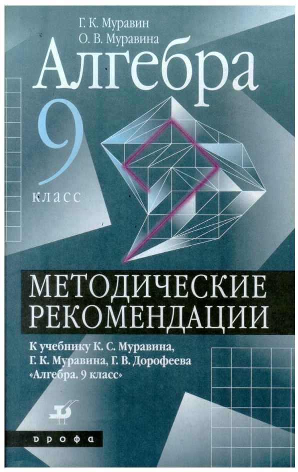
К.С.Муравин, Г.К.Муравин
Алгебра
Пробный учебник
для 7–9 классов
средней школы
Допущено Министерством образования РФ
Издательство "Просвещение", 1994

К.С.Муравин, Г.К.Муравин, Г.В.Дорофеев
Алгебра, 7–9 классы.
Учебники для общеобразовательных учреждений
Рекомендованы Министерством образования РФ
Издательство "Дрофа", с 1996 года.









Учебно-методический комплект по математике для 5–11 классов Муравина Г.К., Муравина К.С., Муравиной О.В.

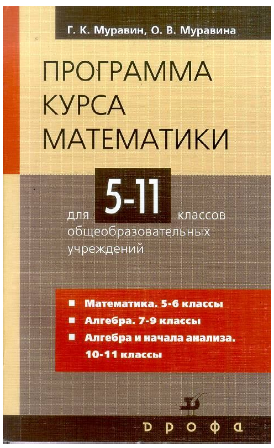
Девиз "*Легко учить, интересно учиться!*"

Главные цели обучения

Развитие личности школьника средствами математики, подготовка его к продолжению обучения и к самореализации в современном обществе

Основные принципы обучения

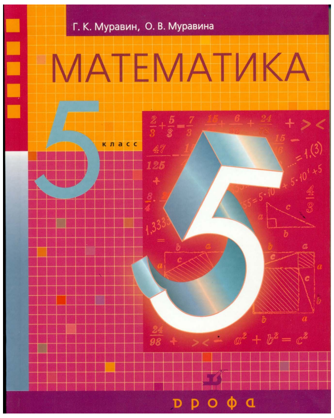
Принципы развивающего обучения
Принцип преемственности
Принцип опережающего формирования ориентировочной основы деятельности
Принцип разделения трудностей
Принцип укрупнения дидактических единиц

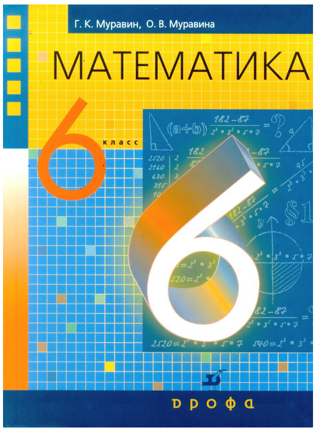


Главные содержательно-методические линии учебников

Арифметическая для учебников "Математика, 5–6 классы"
Алгебраическая для учебников "Алгебра, 7–9 классы"
Функциональная для учебников "Алгебра и начала анализа, 10–11 классы"

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ УЧЕБНИКОВ "МАТЕМАТИКА, 5–6 КЛАССЫ"





***Порционное изложение материала* пункта (5 кл. с.98).**

10 Буквенные выражения

Разные числовые выражения могут иметь одинаковые значения. Так, например, $23 + (7 + 18) = (23 + 7) + 18 = 48$. В исходном выражении мы для облегчения устных вычислений переставили скобки. Тем самым, мы применили известный вам из начальной школы *сочетательный закон* сложения.

298. 1) Примените сочетательный закон сложения при вычислениях:

а) $77 + (23 + 834)$;
б) $(238 + 171) + 29$;
в) $47 + 53 + 198$;
г) $569 + 333 + 167$.

2) Объясните, как вы применяли сочетательный закон в каждом случае.

При записи сочетательного закона сложения нужно показать, что его можно применять к любым числам. С этой целью в математике числа обычно заменяют строчными латинскими буквами $a, b, c, d, \ldots$. Тогда для любых чисел a, b и c сочетательный закон сложения будет выглядеть так:

$$a + (b + c) = (a + b) + c.$$

После порции теории предлагаются задачи на ее отработку (5 кл, с.104)

319. Запишите в виде выражения число:

1) дециметров в x м;
2) гектаров в a км^2;
3) аров в b га;
4) граммов в k ц;
5) квадратных сантиметров в k м^2;
6) кубических сантиметров в c м^3;
7) кубических миллиметров в y дм^3;
8) квадратных сантиметров в d дм^2.

320○. Как изменится значение выражения $7a$, если a:

1) увеличить на 1;
2) уменьшить на 2;
3) увеличить в 2 раза;
4) уменьшить в 3 раза?

321●. На координатном луче (рис. 103) отмечены точки 1 и a. Расскажите, как отметить на луче с помощью циркуля точки: 1) $2a$; 2) $a - 1$; 3) $a + 3$; 4) $3a + 2$.

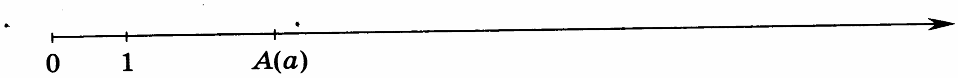


Рис. 103

Аппарат организации усвоения материала

Выделяются определения, правила и алгоритмы решения (5 кл.,122)

Правило чтения буквенных выражений

Буквенные выражения читаются также, как и числовые, например, $a(b + c)$ — это произведение a и суммы b и c.

В отличие от чисел буквы при чтении не склоняются, поэтому выражение $x + y$ читается как «сумма икс и игрек», а выражение $y - z$ — «разность игрек и зэт».

Буквы x, y и z мужского рода. Поэтому, например, равенство $x = 3$ читается: икс *равен* трем. Все остальные буквы относятся к среднему роду.

Равенство $c = 5$ читается: цэ *равно* пяти.

Включены *образцы решения задач* (5 кл, с.126)

З а д а ч а. У Коли в коллекции m марок, а у Саши на 7 марок больше. Сколько марок у обоих мальчиков вместе?

Р е ш е н и е. У Саши есть m и еще 7 марок, т. е. $m + 7$ марок. Сложим число Колиных марок с числом Сашиных.

$m + (m + 7) = (m + m) + 7 = 2m + 7$ (марок).

О т в е т. У Коли и Саши вместе $2m + 7$ марок.

Сколько бы марок ни было у Коли, мы можем заменить этим числом букву m в выражении $2m + 7$ и найти значение полученного числового выражения. Если, например, у Коли 85 марок, то при $m = 85$ получаем $2m + 7 = 2 \cdot 85 + 7 = 177$.

Включены *схемы, таблицы и другой иллюстрационный материал* (5 кл, с.106)

328. На схемах (рис.106) обозначены длины отрезков. Фигурная скобка показывает сумму их длин. Какое буквенное выражение должно стоять на месте знака вопроса?

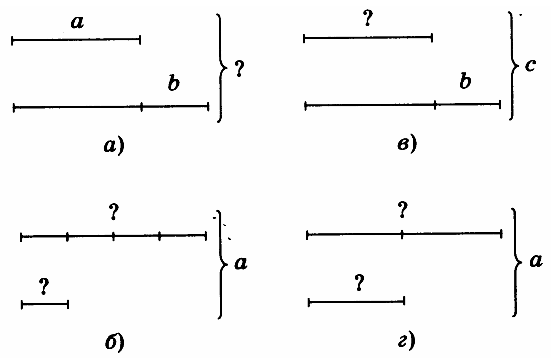


Рис. 106

***Каждый пункт завершается контрольными вопросами и заданиями* (5 кл, 108)**

Контрольные вопросы и задания

1. Даны математические записи:

а) 17+8; б) x–53; в) 45–9=36; г) c:d; д) 3057>987; е) a<5; ж) c+a=a+c.

Прочитайте: а) выражения; б) числовые выражения; в) буквенные выражения; г) буквенные равенства; д) числовые равенства; е) неравенства; ж) буквенные неравенства.

2. Найдите значение выражения (1800+999):m при m=9.

Дополнительные материалы в учебниках

В каждом пункте находится *раздел "Задачи на смекалку"*,
в который вошли нестандартные задания по изучаемой теме (5 кл, с.108)

Задачи на смекалку

333. Какие цифры нужно поставить вместо букв *A* и *B*, чтобы получилось верное равенство $AB \cdot A \cdot B = BBB$.

334. В равенстве МУХА·А=СЛОН нужно буквы заменить цифрами от 1 до 8. Известно, что вместо буквы *А* нужно поставить цифру 2. Восстановите числовое равенство.

335. На прямой через равные промежутки поставили 10 точек, которые заняли отрезок длины a. На другой прямой через такие же промежутки поставили 100 точек, и они заняли отрезок длины b. Во сколько раз a меньше b?

336. Кусок проволоки длиной x футов разрезали на 6 равных кусков по 2 фута 4 дюйма. Найдите величину x в футах, зная, что в одном футе двенадцать дюймов.

337. Число x равно сумме первых 20 натуральных чисел, а число y равно сумме первых 10 натуральных чисел. Насколько число x больше, чем число y?

Исторический материал находится в разделе "Повторение" (5 кл, с.270)

Буквы и различные математические знаки медленно входили во всеобщее употребление. До XV века все величины записывались словами. Алгебру того времени поэтому называют *риторической*, т.е. словесной. Лишь во второй половине XV века в некоторых странах Европы появились первые буквенные символы.

В конце XVI в. французский математик Франсуа Виет (1540–1603) ввел буквы для обозначения не только неизвестных, но и любых чисел.

Создание буквенной символики, происходившее во многих странах мира, было завершено в XVII в., и к первой половине XVIII в. установилась общепризнанная система записи буквенных выражений.

Скобки и современный знак равенства встречаются впервые в трудах математиков XVI в. Знаки неравенства < и > были введены в первой половине XVII английским ученым Гарриотом.

Изобретение математических знаков и символов значительно облегчило изучение математики и ускорило ее развитие.

В учебник включены:

– ***практические работы*** (6 кл, п.23. Геометрические тела. с.218.),

697. Практическая работа.

1) Измерьте дома с помощью линейки диаметр шарика для настольного тенниса, зажав его между двумя плоскостями, и найдите его объем.
2) Найдите объем шарика с помощью мерного стакана.
3) Сравните результаты измерений.

– ***исследовательские работы*** (5 кл, с.84, №252),

– ***игры*** (5 кл, с.13,19),

– ***задания для летнего досуга*** (5 кл, с.288),

– ***список дополнительной литературы*** (5 кл, с.314)

– ***справочные материалы на форзацах учебников***

– ***предметный указатель***

СХЕМА ПЕРЕВОДА ЕДИНИЦ ДЛИНЫ

$$\text{км} \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} \text{м} \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} \text{дм} \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} \text{см} \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} \text{мм}$$

Дополнительный материал в учебниках отмечается треугольниками. (6 класс. п.22. Координаты. С.203.)

▼На рисунке 127 изображен глобус — модель земног шара. На нем по изображениям океанов, морей, материко и островов проходит сеть линий, каждая из которых являет ся окружностью. Одни окружности проходят через Северны и Южный полюсы — их называют ***меридианами***. Другие ок ружности пересекают меридианы под прямыми углами, посте пенно уменьшаясь при приближении к полюсам — это ***парал лели***. Самая большая из параллелей, как бы опоясывающая земной шар, называется ***экватором***.

Рис. 127

Через любую точку глобуса можно провести параллель и меридиан. Чтобы указать координаты точки земного шара, нужно знать, как параллели и меридианы определяются и обозначаются. Отсчет параллелей ведут от экватора по направлениям к Северному или Южному полюсам Земли. Меридианы отсчитывают от начального, *нулевого меридиана*, проходящего через маленький английский городок Гринвич, расположенный на берегу реки Темзы в пригороде Лондона. Этот меридиан так и называется Гринвичский. Небольшая часть нулевого меридиана (рис. 128) проведена по мостовой Гринвича. От него меридианы отсчитываются на восток и на запад. При этом углы с вершиной в центре Земли измеряют в градусах (рис. 129).

Рис. 128

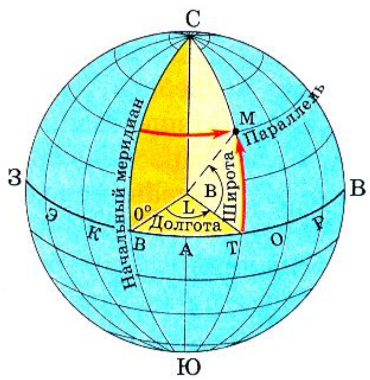


Рис. 129

Получающиеся координаты называют соответственно широтой и долготой. Москва, например, имеет такие координаты: 37° восточной долготы и 56,5° северной широты — Москва находится к востоку от Гринвича и к северу от экватора.

В знаменитом романе Жюля Верна «Дети капитана Гранта» герои в поисках капитана Гранта совершают увлекательное и опасное путешествие вдоль всей 37-й параллели южной широты. На карте (рис. 130) 37-я параллель пересекает Южную Америку.

Обратите внимание на то, как Жюль Верн задал масштаб карты. △

В учебник "Математика. 6 класс" включены: ***вычислительный практикум, практикум по решению текстовых задач, геометрический практикум, практикум по развитию пространственного воображения***.

Практикум по развитию пространственного воображения

922. На каркасе пирамиды натянут шнур (рис. 189). Укажите, какие отрезки этого шнура соприкасаются друг с другом внутри пирамиды.

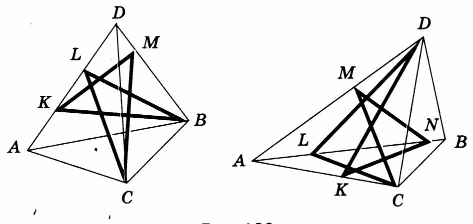


Рис. 189

923. На каркасе прямой призмы натянут шнур (рис. 190). Укажите, какие отрезки этого шнура соприкасаются друг с другом внутри призмы.

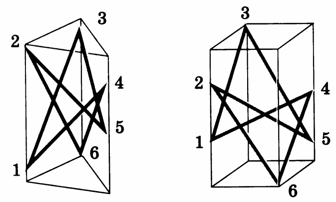


Рис. 190

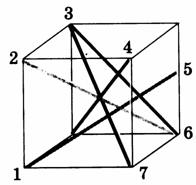


Рис. 191

924. На каркасе куба натянуты разноцветные шнуры (рис. 191).

1) Какие из шнуров соприкасаются внутри куба?

2) Сравните длины шнуров.

925. На рисунке 192 хотели изобразить 5 одинаковых кубиков, но изображение последнего кубика не закончили. Какие фигуры должны быть на его гранях?

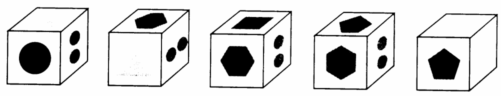


Рис. 192

926. На любых двух противоположных гранях игрального кубика в сумме 7 очков. Это значит, что у кубика на рисунке 193 на задней грани 4 очка, на левой — 5 очков, а на нижней — 6 очков. Кубик перекатывают с грани на грань по пути, который изображен квадратами на рисунке 193. Укажите число очков грани, которая встанет на соответствующий квадрат маршрута кубика.

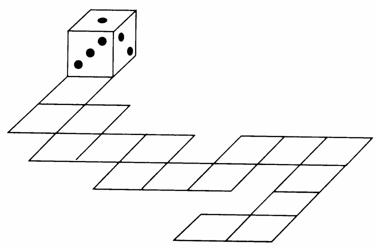
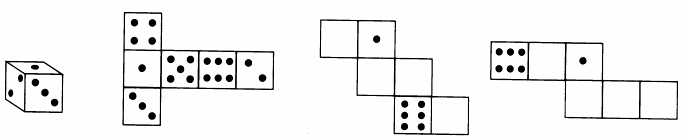


Рис. 193

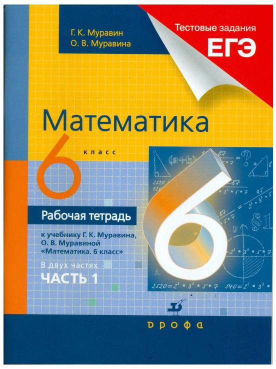
927. На рисунке 194 изображен кубик (*игральная кость*) и его развертка. Заполните пустые квадраты других вариантов его развертки.

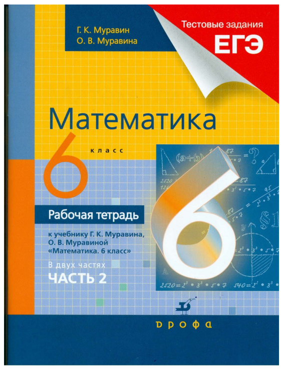


а) *б*) *в*) *г*)

Рис. 194

Рабочие тетради по математике. 5–6 классы





В рабочие тетради входят:

– ***задания на отработку материала*** (№188, 189),

– ***задания с привлечением наглядности*** (№190),

– ***задания с разными видами помощи: схемы к задачам, таблицы, планы решения, образцы*** (№192),

– ***задания из учебника, в которых требуется вписывание*** (№194, 196),

– ***тесты по проверке усвоения материала*** (№197).

188. Заполните пропуски так, чтобы получились верные двойные неравенства.

1) $\frac{1}{5} < \frac{}{5} < \frac{4}{5}$;

2) $\frac{}{15} < \frac{11}{15} < \frac{14}{15}$;

3) $\frac{}{21} < \frac{17}{21} < \frac{}{21}$;

4) $\frac{57}{100} < \frac{\quad}{100} < \frac{\quad}{100}$;

5) $\frac{\quad}{10} < \frac{\quad}{10} < \frac{\quad}{10}$;

6) $\frac{\quad}{23} < \frac{\quad}{23} < \frac{\quad}{23}$.

189. Сравните дроби.

1) $\frac{15}{17}$ □ $\frac{16}{17}$;

2) $\frac{121}{200}$ □ $\frac{97}{200}$;

3) $\frac{383}{1234}$ □ $\frac{383}{1235}$;

4) $\frac{45}{50}$ □ $\frac{9}{10}$;

5) $\frac{1739}{2468}$ □ $\frac{1731}{2468}$;

6) $\frac{13}{25}$ □ $\frac{26}{48}$;

7) $\frac{23}{31}$ □ $\frac{69}{93}$;

8) $\frac{15}{35}$ □ $\frac{21}{77}$;

9) $\frac{24}{64}$ □ $\frac{45}{72}$;

10) $\frac{20}{24}$ □ $\frac{5}{6}$;

11) $\frac{76}{100}$ □ $\frac{37}{50}$;

12) $\frac{983}{1009}$ □ $\frac{983}{1011}$.

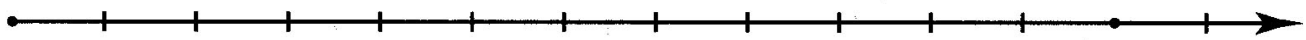
190. Отметьте на координатном луче числа и сравните их.

1) $\frac{1}{2}$ □ $\frac{2}{3}$;

2) $\frac{3}{4}$ □ $\frac{5}{6}$;

3) $\frac{2}{3}$ □ $\frac{7}{12}$;

4) $\frac{9}{12}$ □ $\frac{5}{6}$.



191. Приведите дроби к общему знаменателю.

1) $\frac{2}{3} = \frac{}{12}$ и $\frac{3}{4} = \frac{}{12}$

2) $\frac{3}{5} = \frac{}{35}$ и $\frac{2}{7} = \frac{}{35}$

3) $\frac{2}{3} = \frac{}{15}$ и $\frac{3}{5} = \frac{}{15}$

4) $\frac{2}{9} = \frac{}{}$ и $\frac{3}{7} = \frac{}{}$

5) $\frac{5}{8} = \frac{}{}$ и $\frac{4}{9} = \frac{}{}$

6) $\frac{6}{7} = \frac{}{}$ и $\frac{5}{6} = \frac{}{}$

192. Приведите дроби к общему знаменателю и сравните их

1) $\frac{3}{10} \square \frac{5}{12}$, $\frac{3}{10} = \frac{18}{60}$, $\frac{5}{12} = \frac{25}{60}$;

2) $\frac{5}{6} \square \frac{7}{8}$, $\frac{5}{6} = \frac{}{24}$, $\frac{7}{8} = \frac{}{24}$;

3) $\frac{3}{4} \square \frac{9}{14}$,

4) $\frac{11}{15} \square \frac{13}{20}$,

5) $\frac{3}{18} \square \frac{5}{24}$,

6) $\frac{7}{20} \square \frac{11}{30}$,

193. Сравните значения выражений.

1) $\frac{3}{4} : 1 \square \frac{3}{4} \cdot 0$;

2) $\frac{10}{17} \cdot 1 \square \frac{13}{17} : 1$;

3) $\frac{7}{11} \cdot 2 \square \frac{14}{5} : 3$;

4) $\frac{9}{11} : 3 \square \frac{6}{22} \cdot 1$.

Выполняются задания на вписывание по материалу пункта (5 кл.п.30)

315. Заполните пропуски так, чтобы получились верные утверждения.

1) Число три целых двенадцать тысячных записывается так: □□□□□

2) Чтобы разделить десятичную дробь на 0,01, нужно в первом множителе перенести запятую (влево, вправо) на □□□ знака.

3) $7{,}41 \cdot 0{,}1 =$ □□□□□

4) При умножении десятичной дроби на 0,001 получится тот же результат, что и при делении этой дроби на □□□□□

5) $60{,}9 : 100 =$ □□□□□

6) Среднее арифметическое чисел 1,1; 1,3; 1,5 равно □□□□□

7) При переводе обыкновенной дроби $\frac{2}{5}$ в десятичную получится □□□□□

8) Число, 50% которого равны 0,12, это □□□□□

9) 20% от километра равны □□□□□

10) Число 4 составляет □□□% от числа 160.

11) Корнем уравнения $0{,}1x = 0{,}01$ является число □□□□□

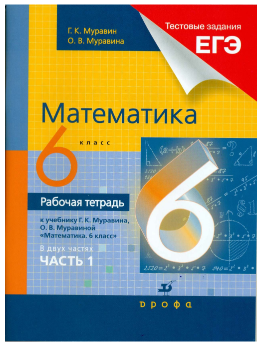
12) (>, <, =) 0,639 □ 0,619.

13) $0{,}03\ м^2 =$ □□□ $см^2$.

14) $6{,}049 \approx$ □□□ с точностью до десятых.

15) Произведение $1{,}6 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 1{,}9$ оканчивается цифрой □ в разряде □□□□□□□

Решение уравнений (6 класс)



1. Подчеркните коэффициент при неизвестном и найдите корень уравнения:

а) $20x=4$, $x=$__________;

б) $1{,}5y=3$, $y=$__________;

в) $-\frac{2}{7}x=-1$, $x=$___________;

г) $0{,}5-0{,}2z=6{,}7$, $z=$_________.

2. Приведите подобные слагаемые и найдите корень уравнения:

а) $-9x+7x-5x=14$, ____;

б) $0{,}3y-0{,}2y-0{,}7y+1{,}2=0$, ______________________________________;

3. Раскройте скобки, приведите подобные слагаемые и найдите корень уравнения:

а) $-3(4-x)-9x=-12$, ____;

б) $2(y-5)-3(y-4)=8$, ____;

4. Тест. Заполните пропуски в предложениях.

1) ____________называют равенство с неизвестным, значение которого нужно найти.

2) Среди данных записей: $12+9=21$; $3x-7$; $a+b=b+a$; $2(y+3)=6$ уравнением является ________________.

3) _________________________– это, значит, найти все его корни или убедиться, что корней нет.

4) Решается уравнение $2x+5=4x-7$ по плану:

а) перенести слагаемые с неизвестным в одну часть, а числа – в другую и привести подобные слагаемые ____;

б) разделить уравнение на коэффициент при неизвестном _________________________.

5) Значение неизвестного, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство, называют _______________________.

6) Число ______ является корнем уравнения $2x-5x+3=2-4x$.

7) Среди $-3{,}5$; -14; $3{,}5$; $\frac{3}{5}$; $-\frac{3}{5}$ число ______ является корнем уравнения $\left(-\frac{2}{7}\right)x=1$.

8) Уравнение $19x+3=19x+3$ имеет ___________ корней.

5. Укажите число, на которое нужно умножить уравнение, чтобы избавиться от дробей:

а) уравнение $1-\frac{3}{7}x=\frac{2}{7}x+8$ **умножу на _______ получу _________.**

б) уравнение 0,1*x*–0,2=0,3 умножу на _______ получу ________.

в) уравнение $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}x=\frac{1}{6}$ **умножу на _______ получу ___________.**

г) уравнение 0,72–2,03*x*=0,049 умножу на _______ получу ____.

6. Решите уравнение по указанному плану.

Решить уравнение $\frac{1}{3}x+\frac{2}{5}x+3=x$	План решения
1.	1. Умножим уравнение на НОК(3; 5)=…
2.	2. Соберем в одной части уравнения слагаемые с неизвестным, в другой – числа.
3.	3. Приведем подобные слагаемые.
4.	4. Разделим уравнение на коэффициент при неизвестном.
5.	5. Вычислим корень уравнения.
6.	6. Запишем ответ.

7. Решите уравнение по указанному плану.

Решить уравнение $\frac{3{,}5x-7}{10}=\frac{0{,}7-1{,}2x}{-2}$	План решения
1.	1. Найдем произведение крайних и средних членов пропорции.
2.	2. Соберем в одной части уравнения слагаемые с неизвестным, в другой – числа.
3.	3. Приведем подобные слагаемые.
4.	4. Разделим уравнение на коэффициент при неизвестном.
5.	5. Вычислим корень уравнения.
6.	6. Запишем ответ.

8. Заполните пропуски к описанию составления уравнения к задаче: "Когда Петя зашел в книжный магазин, у него было 150 р. Когда он вышел и посчитал, сколько денег он потратил, получилось, что он потратил на 25 рублей больше, чем у него осталось. Сколько рублей он потратил?"

Пусть Петя потратил *x* р., тогда у него осталось _______ р.

Составим разность между тем, что он потратил, и что у него осталось, получим ______________.

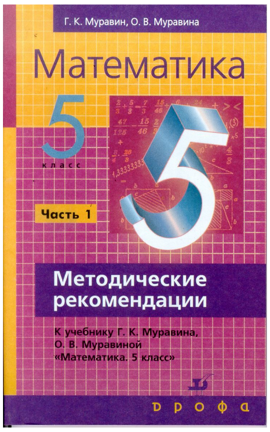
Известно по условию задачи, что эта разность равна _____.

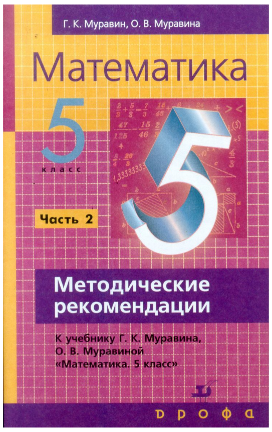
Составим уравнение ___________________.

Решим уравнение ____.

Ответ: Петя потратил __________ рублей.

Методические рекомендации к учебнику "Математика. 5 класс"





Структура методических рекомендаций к учебникам

Предисловие с описанием технологии обучения

Примерное тематическое планирование

***Поурочные рекомендации*, которые включают:**

цели изучения материала, задания к уроку, задания для устной работы, комментарии к заданиям учебника, математические диктанты, тесты, самостоятельные и контрольные работы* с ответами к ним. *Завершается каждый пункт решением задач на смекалку.

Постановка проблемы, как реализация одного из принципов развивающего обучения

15. Дробь как результат деления натуральных чисел (5 ч)

Цель изучения данного пункта: сформировать у учеников знания о связи между дробной чертой и операцией деления; умения переходить от записи дроби к записи операции деления чисел, читать и записывать смешанные числа, отмечать дроби на координатном луче, переводить неправильную дробь в смешанное число и обратно.

На первом уроке ученики учатся переходить от записи дроби к записи деления натуральных чисел и обратно, формулируют определение правильной и неправильной дроби, исходя из сравнения дробей с единицей.

Выполняются из учебника№451–457, 477*, 478*, <№1,2>.

Устная работа

1. Прочитайте числа:

$40\,681;\ \frac{3}{7};\ 0;\ \frac{15}{19};\ 105\,007;\ \frac{203}{10006};\ \frac{1}{10000};\ 3\,004\,500;\ \frac{2}{305801}.$

2. Сравните числа:

а) $\frac{1}{20405}$ и $\frac{1}{2405}$; б) $\frac{1}{7}$ и 0; в) 1 и $\frac{1}{10}$; г) 0 и 1.

3. Существует ли треугольник со сторонами $\frac{3}{8}$ м, $\frac{4}{8}$ м и $\frac{7}{8}$ м?

4. Прочитайте записи по-разному: а) 34+56; б) 90–45; в) 7·5; г) 45:9.

5. Продолжите цепочку вычислений:

$128 \xrightarrow{:2} \ldots \xrightarrow{:2} \ldots \xrightarrow{:2} \ldots \xrightarrow{:2} \ldots \xrightarrow{:2} \ldots \xrightarrow{:2} \ldots$

В ходе вычислений будут получаться числа: 64, 32, 16, 8, 4, 2 и в конце ученики подойдут к случаю 1:2. Как записать результат деления одного на два?

Можно записать в виде деления с остатком: 1:2=0 (ост.1) или 1=0·2+1.

Учитель показывает другую запись деления с помощью дробной черты $\frac{1}{2}$, вводит понятия числителя, как делимого и знаменателя дроби, как делителя.

17. Сравнение дробей (3 ч)

Цель изучения данного пункта: ученики должны знать приемы сравнения дробей с равными числителями, с равными знаменателями, путем приведения дробей с разными числителями и знаменателями к общему знаменателю, сравнением дробей с единицей, сравнением дробей с $\frac{1}{2}$; должны уметь использовать рациональные приемы сравнения в зависимости от видов дробей.

На первом уроке внимание сосредоточено на сравнении дробей с равными числителями или равными знаменателями.

Фронтальная работа с классом

1. Сравните дроби:

1) $\frac{1}{10}...\frac{1}{11}$; 3) $\frac{1}{1503}...\frac{1}{1510}$; 5) $\frac{1}{67363}...\frac{1}{67361}$; 7) $\frac{1}{a}...\frac{1}{b}$, $a > b$;

2) $\frac{1}{105}...\frac{1}{96}$; 4) $\frac{1}{20378}...\frac{1}{2038}$; 6) $\frac{1}{50713}...\frac{1}{5071}$; 8) $\frac{1}{c}...\frac{1}{d}, c \le d$.

При выполнении задания ученики должны правильно читать дроби, составленные неравенства с дробями и называть правила сравнения дробей и многозначных чисел.

Вопросы:

1) Что общего у всех этих дробей? [У всех дробей в числителе стоит число 1.]

2) По какому правилу мы сравниваем дроби с числителем один? [Из двух дробей с числителем единица, та дробь больше, у которой знаменатель меньше.]

3) Какими правилами мы пользуемся при сравнении знаменателей? [Количеством цифр в записи числа или поразрядным сравнением чисел.]

2. Сравните дроби (или **№514.** 2):

1) $\frac{2}{7}...\frac{2}{15}$; 3) $\frac{71}{1507}...\frac{71}{1504}$; 5) $\frac{a}{c}...\frac{a}{d}$, $c < d, c \ne 0, d \ne 0$;

2) $\frac{12}{31}...\frac{12}{301}$; 4) $\frac{101}{45803}...\frac{101}{45794}$; 6) $\frac{b}{n}...\frac{b}{m}$, $m \ge n$, $m \ne 0$, $n \ne 0$.

Вопросы:

1) Что общего у дробей в каждом номере? [У дробей равные числители.]

2) По какому правилу мы сравниваем дроби с равными числителями?

3. Сравните дроби (или **№514.** 3):

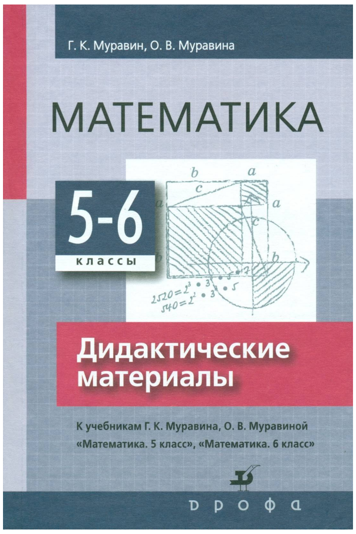
1) $\frac{2}{9}...\frac{5}{9}$; 3) $\frac{187}{191}...\frac{190}{191}$; 5) $\frac{a}{n}...\frac{b}{n}$, $b > a, n \ne 0$;

2) $\frac{15}{17}...\frac{13}{17}$; 4) $\frac{1032}{1572}...\frac{1071}{1572}$; 6) $\frac{c}{m}...\frac{d}{m}, c \le d, m \ne 0$.

Вопросы:

1) Что общего у дробей в каждом номере? [У дробей равные знаменатели.]

2) По какому правилу мы сравниваем дроби с равными знаменателями?



Дидактические материалы

включают тесты, самостоятельные и контрольные работы и ответы к ним.
Тесты, самостоятельные и контрольные работы составлены в двух вариантах
Тесты двух видов:
на установление истинности утверждений и на выбор правильного ответа.

п.22. Координаты

Вариант 1 (Тест на установление истинности утверждений)

Запишите число, составленное из номеров верных утверждений.

1. Плоскость, на которой задана система координат, называют координатной.

2. Вертикальную ось координат называют осью ординат.

3. У точки, заданной координатами, на первом месте указывают абсциссу.

4. Если ордината точки равна нулю, то эта точка лежит на оси абсцисс.

5. Точка $C(0;2)$ лежит на оси ординат.

6. Точка $A(-3;-4)$ находится в третьей координатной четверти.

7. Точка $M_1(-2;3)$ симметрична точке $M(2;3)$ относительно оси ординат.

8. Точка $T(1;2)$ симметрична точке $T_1(1;-2)$ относительно начала координат.

9. Точка $O(0;0)$ симметрична сама себе относительно осей координат.

10. Точки K $(-5;\ -2)$ и $L(5;\ 4)$ расположены на равном расстоянии от оси ординат.

п.14. Сравнение чисел

Вариант 1 (Тест на выбор правильного ответа)

Запишите номера заданий и буквы правильных ответов.

1. Найдите расстояние от начала координат до точки $F(-5{,}78)$.

а) –5,78; б) 5,78; в) 5; г) другой ответ.

2. Найдите расстояние в единичных отрезках между точками $M(-3)$ и $N(1)$ координатной прямой.

а) 2; б) 3; в) 4; г) другой ответ.

3. Сколько натуральных чисел на координатной прямой между числами –4 и 8,6?

а) 11; б) 12; в) 13; г) другой ответ.

4. Какие целые числа расположены на координатной прямой между числами –2,3 и 2,78?

а) 1; 2; б) 0; 1; 2; в) –2; –1; 0; 1; 2; г) другой ответ.

5. Найдите значение выражения $|-26|:|2|+|0|\cdot|-5|$.

а) 8; б) 18; в) 13; г) другой ответ.

6. Сравните модули чисел –47,2 и –47,8.

а) |–47,2| =| –47,8|; в) |–47,2| > |–47,8|;

б) |–47,2| < |–47,8|; г) нельзя сравнить.

7. Сравните числа $-10\frac{7}{11}$ и $-10\frac{6}{11}$.

а) $-10\frac{7}{11} < -10\frac{6}{11}$; в) $-10\frac{7}{11} > -10\frac{6}{11}$;

б) $-10\frac{7}{11} = -10\frac{6}{11}$; г) нельзя сравнить.

8. Расположите числа 3; –2,5; 1,85; –1,99; –2,49; 3,01 в порядке возрастания.

а) 3,01; 3; 1,85; –1,99; –2,5; –2,49;

б) –1,99; –2,49; –2,5; 1,85; 3; 3,01;

в) –2,5; –2,49; –1,99; 1,85; 3; 3,01;

г) другой ответ.

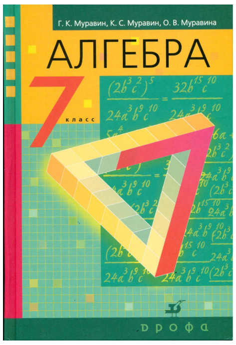
9. Какие цифры можно записать вместо звездочки, чтобы получилось верное неравенство $-\frac{5}{7} > -\frac{*}{7}$?

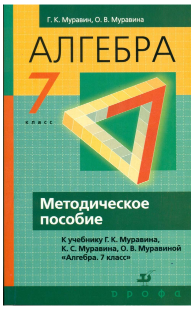
а) 1, 2, 3, 4; б) 0, 1, 2, 3, 4; в) 6, 7, 8, 9; г) другой ответ.

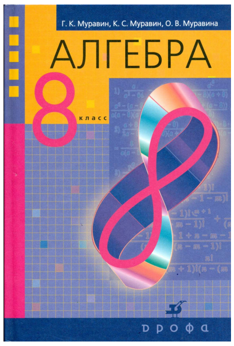
10. Найдите значения все значения x, для которых $|x|=5,7$.

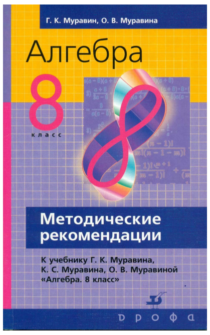
а) –5,7; б) 5,7; в) 5,7 и –5,7; г) другой ответ.

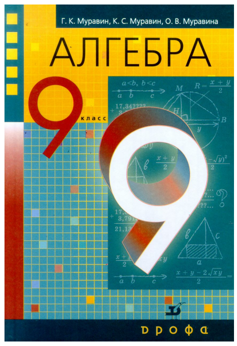
ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ УЧЕБНИКОВ











"Алгебра, 7–9 КЛАССЫ"

Цели обучения в 7–9 классах

***– овладение системой математических знаний и умений*, необходимых в практической деятельности, в изучении смежных дисциплин, продолжении образования;**

***– реализация федерального компонента государственного образовательного стандарта по математике* на ступени основного общего образования;**

***– интеллектуальное развитие учащихся* средствами математики;**

***– предпрофильная подготовка*;**

– подготовка выпускников основной школы к итоговой аттестации.

**Теоретический материал излагается *крупными блоками* с *образцами рассуждений и решений* заданий (7 кл.,с.7,8).
Вводится микрокалькулятор (7 кл, с.9).**

1 глава МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЯЗЫК

§ 1. ВЫРАЖЕНИЯ

1. Числовые выражения

Алгебра — основа языка математики. В 5 и 6 классах вы уже научились немного «говорить» на этом языке. В нем, как и в русском языке, слова записываются с помощью букв. Однако в математическом языке используются не только сами буквы (как правило, латинские), но и числа, и знаки арифметических действий, а также скобки. Из них составляются выражения — слова математического языка.

Записи, составленные по некоторым правилам из чисел, знаков действий и скобок, называют *числовыми выражениями*. Правила, по которым составляются выражения, хорошо вам известны. Это, в первую очередь, правило порядка действий, по которому сначала выполняются действия в скобках, затем возведение в степень, умножение или деление и, наконец, сложение или вычитание.

Запишем несколько числовых выражений:

$$1{,}42 + 3{,}6 \cdot 0{,}8; \qquad \frac{2}{5} - 7; \qquad 3 \cdot 2^5; \qquad 80 - 0{,}4 \cdot 5^2;$$

$$(12{,}7 - 10{,}2)(0{,}83 + 3{,}37); \qquad \frac{1{,}25 \cdot 0{,}08}{13{,}2 - 13{,}7}.$$

Если в любом из этих выражений выполнить указанные действия, то получится число, которое называют *значением числового выражения*. Найдем значения некоторых из записанных выражений.

Пример 1. Вычислить $(12{,}7 - 10{,}2)(0{,}83 + 3{,}37)$.

Решение. Сначала выполняем действия в скобках:

1) $12{,}7 - 10{,}2 = 2{,}5$; 2) $0{,}83 + 3{,}37 = 4{,}2$.

7

метических действий. Так, например, поскольку минус как знак действия и минус как знак числа записываются одинаково, то нельзя записать разность чисел 5 и −3 без скобок: 5 − −3, а следует взять вычитаемое в скобки: 5 − (−3).

■ Заметим, что при работе с микрокалькулятором, который используется для упрощения вычислений, различают знак числа и знак действия. Поэтому чтобы ввести число −3, сначала вводят 3, а затем нажимают клавишу перемены знака «+/−» (третья слева в нижнем ряду на рисунке 1[1]).

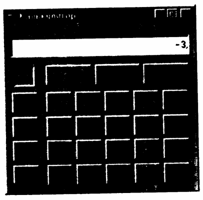


Рис. 1

Работая с калькулятором, следует помнить, что он выполняет вычисления по действиям и, в отличие от нас, «не знает» правила порядка действий. Если, например, вы нажмете кнопки в следующем порядке: «4 + 3 * 2 =», то на дисплее калькулятора появится число 14, а не значение выражения $4 + 3 \cdot 2$, равное 10. Программа вычисления на калькуляторе значения выражения $5{,}17 + 3{,}4 : 2{,}7$ выглядит так: «3,4 / 2,7 + 5,17 =». Запись числа в этой программе означает, что число *вводится* в калькулятор. Выполнив программу, получим на индикаторе число 6,42925... ≈ 6,43 (6,43 — значение выражения с точностью до 0,01). ■

Числовые выражения часто получаются в результате перевода на математический язык текстов некоторых задач.

Пример 4. От пункта *A* по течению реки отправился плот. Через 2 ч из пункта *B*, расположенного в 20 км ниже по реке, в пункт *A* вышел катер. Через какое время катер встретит плот, если скорость катера в стоячей воде 8 км/ч, а скорость течения реки 4 км/ч?

Решение. Поскольку скорость плота равна скорости течения реки (рис. 2), то к моменту отхода катера плот прошел $4 \cdot 2$ (км), и расстояние между ними стало $20 - 4 \cdot 2$ (км). Скорость сближения катера и плота равна

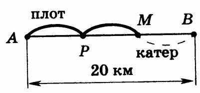


Рис. 2

[1] Здесь и далее рассматривается калькулятор популярной операционной системы «Windows».

9

Выделяется *уровень трудности* задач (7 кл, с.47)

УПРАЖНЕНИЯ

102. Является ли пара чисел $x = -8$, $y = -6$ решением уравнения:

1) $2x + 3y = -30$;
2) $3x - 2y = -12$;
3) $0{,}2x + 0{,}5y = 3$;
4) $\frac{1}{4}x - \frac{1}{3}y = 0$?

103°. Выразите из уравнений одну из переменных через другую и найдите какие-нибудь два решения уравнения:

1) $3x + 2y = 5$;
2) $4x - 3y = 11$;
3) $2{,}3x + 3{,}3y + 10 = 0$;
4) $0{,}03x - 0{,}63y + 0{,}9 = 0$;
5) $\frac{2}{5}x - \frac{3}{4}y - 1 = 0$;
6) $\frac{3}{7}y - \frac{2}{3}x + \frac{5}{14} = 0$.

104●. Может ли пара целых чисел быть решением уравнения:

1) $4x + 4y = 7$;
2) $13x + 26y = 5$;
3) $5x + 7y = 1$;
4) $7x + 9y = 0$;
5) $2x + 3y = 6$;
6) $4x + 18y = 17$?

105●. Найдите два числа, которые при делении на 3 дают остаток 2, а при делении на 5 — остаток 3.

106*. Длины сторон прямоугольника — натуральные числа, а его периметр и площадь равны. Найдите такой прямоугольник.

№102 – стандартное задание, таких заданий в учебниках около 50%
№103 – стандартное задание повышенной сложности – 25%
№104 – нестандартное задание, но решение доступно для всех – 20%
№106 – нестандартное задание повышенной трудности – около 5%.

Есть в учебнике ***еще один условный знак*** рядом с номером задания (7 кл, 12).

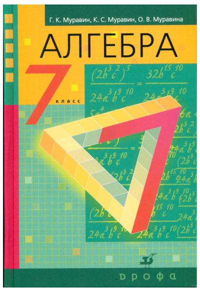
9■. 1) Запишите числовое выражение по данной программе вычисления его значения:

а) 3,673 * 3,673 – 1,81 / 13;
б) 88,435 / 15 + 27,5 / 3,7 * 4,2;
в) 56,12 + 34,79 * 3,52 – 5,236;
г)● 6,31 * = = * 9,02 + 5,03 / 3,64.

2) Вычислите с помощью калькулятора значение этого выражения с точностью до сотых.

В учебники Алгебра, 7-9 классы" включены разделы:

Исследовательские работы
Практикум по решению текстовых задач
Домашние контрольные работы
Ответы, советы и решения
Справочные материалы



Принцип разделения трудностей (7 кл, п.4,5)

п.4. Математическая модель текстовой задачи

п.5. Решение уравнений

Цель п.4: учить семиклассников переводить текст задачи с естественного языка на язык математических моделей.

Цель п.5.: учить семиклассников доводить решения уравнения и текстовых задач до числовых ответов

Типы заданий на отработку умений в составлении уравнений к задачам

1. Задания на разные способы записи буквенных равенств

"Запишите несколькими способами в виде равенства, что число a в 5 раз больше числа b".

2. Задания на обоснование составленной модели к текстовой задаче

Объясните, что приняли за x, какие величины уравняли в уравнении $(50–x)=(50–3x)\cdot 2$ к задаче: "В двух мешках было по 50 кг сахара. После того как из одного мешка взяли в 3 раза больше сахара, чем из другого, в нем осталось в 2 раза меньше сахара, чем в другом. Сколько сахара взяли из первого мешка?

3. Задания на обоснование различных моделей к одной задаче

К задаче «Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 256 км, отправился товарный поезд со скоростью 66 км/ч, а спустя 20 мин через пункт B прошел скорый поезд со скоростью 90 км/ч в направлении пункта A. Через сколько времени после выхода товарный поезд встретится со скорым?» составлены уравнения:

а) $66x+90\left(x-\frac{1}{3}\right)=256$; в) $\frac{x}{66}-\frac{256-x}{90}=\frac{1}{3}$;

б) $256-66\cdot\frac{1}{3}=(66+90)\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)$; г) $256–90x=66\left(x+\frac{1}{3}\right)$.

1) Объясните, что обозначено буквой x в каждом уравнении.

2) Какие величины уравнивались в каждом уравнении?

4. Задачи на анализ различных моделей к задаче

Какое из равенств:

а) $\frac{200}{x}-0{,}5=\frac{200}{x-20}$; в) $\frac{200}{x}-\frac{200}{x+20}=30$;

б) $\frac{200}{x}+0{,}5=\frac{200}{x-20}$; г) $\frac{200}{x+20}-\frac{200}{x}=30$

является правильным переводом на математический язык условия задачи:

«Найдите скорость легкового автомобиля, зная, что она на 20 км/ч больше скорости грузовика и что 200 км легковой автомобиль проезжает на 30 минут быстрее, чем грузовик»? Что обозначено буквой x?

Какие ошибки допущены в неверных вариантах перевода?

5. Составление уравнений к задаче, при указании, что обозначить за х

Переведите условие задачи на математический язык двумя способами: в первом – буквой x обозначьте все плановое задание, а во втором – плановую дневную норму.

Бригада должна была закончить сев за 15 дней. Однако ежедневно засевалось на 10 га больше, чем предполагалось, и за 3 дня до срока оставалось засеять 36 га. Сколько гектаров должна засеять бригада?

6. Самостоятельное определение типа задачи и составление уравнения

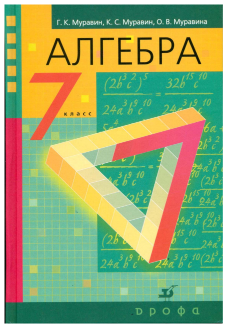
Дается большой набор разнообразных задач и от учеников требуется определить тип задачи и составить уравнение, если возникнут трудности, полезно посмотреть раздел **"Практикум по решению текстовых задач"**.

Принцип укрупнения дидактических единиц (7 кл.,п.24)

п.24. Квадраты суммы, разности и разность квадратов

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$	$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$
Квадрат суммы равен сумме квадратов и удвоенного произведения	*Квадрат разности равен сумме квадратов без удвоенного произведения*

Упражнения



366. Запишите выражение:

1) квадрат суммы x и y;
2) квадрат разности n и m;
3) разность квадратов a и b;
4) сумма квадратов 5 и 3 и удвоенного произведения этих чисел;
5) сумма квадратов 7 и 4 без их удвоенного произведения;
6) произведение разности чисел a и 8 и их суммы.

367. Прочитайте выражение:

1) $(a-b)^2$; 3) x^2+y^2; 5) $(2-x)(2+x)$; 7) y^2+z^2+2yz;
2) c^2-d^2; 4) $(k+n)^2$; 6) a^2+b^2-2ab; 8) $c^2+(3d)^2-2c(3d)$.

368. Запишите удвоенное произведение:

1) 34 и 12; 3) $3a$ и $5b$; 5) $-\frac{1}{2}a$ и $-\frac{3}{5}c$; 7) $k-1$ и $k+1$;
2) -6 и $-d$; 4) $25x$ и $-6z$; 6) $x+y$ и $-z$; 8) $3t+2$ и $2t-1$.

369. Представьте в виде удвоенного произведения:

1) 34; 2) -7; 3) $6xy$; 4) $1{,}5a^2b$; 5) c^3d; 6) $\frac{1}{3}n^4m^3$.

370●. Выберите формулу, которая поможет вам ответить на вопрос.

Может ли:

1) квадрат суммы двух чисел оказаться меньше суммы их квадратов;

2) разность квадратов двух натуральных чисел оказаться простым числом;

3) квадрат разности двух чисел быть больше разности их квадратов;

4) сумма квадратов двух отличных от нуля чисел быть равной квадрату их суммы;

5) сумма квадратов двух чисел быть меньше их удвоенного произведения?

371●. Может ли разность квадратов двух чисел быть больше суммы квадратов тех же чисел?

372●. Выберите формулу, которая поможет вам найти:

1) сумму двух чисел, зная, что разность этих чисел равна 4, а разность их квадратов равна 104;

2) произведение двух чисел, зная, что квадрат их суммы равен 196, а сумма их квадратов равна 106;

3) разность двух чисел, зная, что их сумма равна 18, а разность их квадратов равна 72;

4) сумму квадратов двух чисел, зная, что квадрат разности данных чисел равен 16, а произведение равно 96.

373. Вычислите с помощью формул сокращенного умножения:

1) $(100+1)^2$; 5) $37^2+2\cdot37\cdot63+63^2$; 9) $99\cdot101$;

2) $(80-1)^2$; 6) $83^2+33^2-83\cdot66$; 10) $201\cdot199$;

3) $10{,}01^2$; 7) $19{,}3^2+2\cdot19{,}3\cdot30{,}7+30{,}7^2$; 11) 126^2-74^2;

4) $9{,}98^2$; 8) $31{,}8^2-2\cdot3{,}18\cdot218+21{,}8^2$; 12) 356^2-144^2.

374●. Не выполняя вычислений, определите, является ли правильной дробь:

1) $\dfrac{(328+294)^2}{328^2+294^2}$; 2) $\dfrac{531^2+378^2}{(531-378)^2}$; 3) $\dfrac{835^2-598^2}{835+598}$; 4) $\dfrac{734-683}{734^2-683^2}$.

375. Можно ли рассматривать данное выражение как левую или правую часть одной из формул сокращенного умножения? Если да, то, что в этом выражении стоит вместо a и b? Запишите другую часть формулы.

1) $(-p-2)^2$; 5) $x^2+12x+36$; 9) $4a^2+9b^2-12ab$;

2) $(2x+3)^2$; 6) $49+y^2-14y$; 10) $(0{,}16xy-2y^2)^2$;

3) x^2y^2-9; 7) $(0{,}1c-5)(0{,}1c+5)$; 11) $1{,}21-a^2b^4$;

4) $\dfrac{9}{16}+b^2-\dfrac{9}{8}b$; 8) $\dfrac{4}{9}x^2+0{,}25y^2+\dfrac{2}{3}xy$; 12) $\left(\dfrac{5}{7}c-\dfrac{1}{3}\right)\left(9+\dfrac{5}{7}c\right)$.

376. Впишите пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество:

а) $(5x+\ldots)^2=\ldots+70xy+\ldots$; д) $(c^2-\ldots)^2=\ldots-24c^2y+\ldots$;

б) $(9a-\ldots)^2=\ldots-\ldots+100b^2$; е) $\ldots-0{,}09y^2=(\ldots-0{,}3y)(0{,}3y+3z)$;

в) $16b^2-\ldots=(\ldots+64a)(\ldots-64a)$; ж) $(\ldots-\ldots)^2=36a^2-\ldots+49c^2$;

г) $(\ldots+10a)^2=\ldots-60an+\ldots$; з) $(\ldots+\ldots)=25x^2+80xy+\ldots$.

391. Одна из самых знаменитых теорем геометрии, теорема Пифагора гласит, что сумма квадратов катетов любого прямоугольного треугольника равна квадрату его гипотенузы.

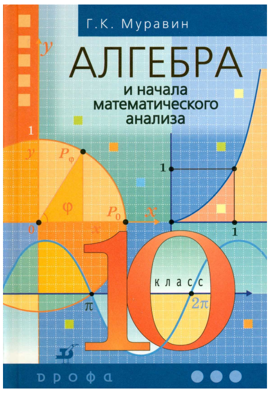
1) Докажите тождество $\boldsymbol{(2mn)^2+(m^2-n^2)^2=(m^2+n^2)^2}$, которое позволяет получить бесконечно много прямоугольных треугольников, длины сторон которых являются целыми числами.

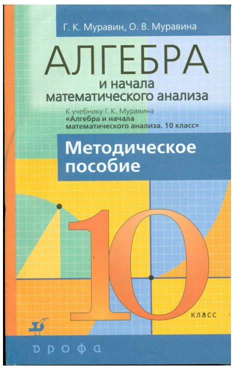
2) Найдите несколько таких прямоугольных треугольников, придавая значения переменным m и n.

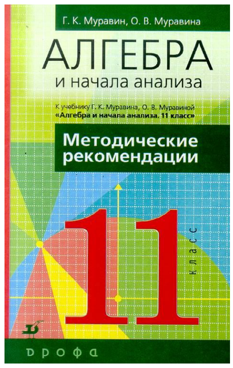
Стохастическая линия в учебниках "Алгебра, 7–9 классы"

7 класс	8 класс	9 класс
Равновероятные возможности	Вычисление вероятностей	Вероятность суммы и произведения событий
Вероятность события	Вероятности вокруг нас	Понятие о статистике
Число вариантов		

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ УЧЕБНИКОВ "АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА, 10–11 КЛАССЫ"







Цели обучения в 10–11 классах

– ***организация профильного обучения***;

– ***реализация федерального компонента государственного образовательного стандарта по математике*** **на ступени среднего (полного) общего образования;**

– ***подготовка выпускников к итоговой аттестации***;

– **сокращение разрыва между школой и вузом в содержании математического образования.**

В 10 классе завершается линия элементарной математики

В 11 классе изучаются элементы математического анализа

Содержание материала в 10 классе

Глава 1. Функции и графики

Глава 2. Степени и корни

Глава 3. Показательная и логарифмическая функции

Глава 4. Тригонометрические функции

Глава 5. Повторение

Содержание материала в 11 классе

Глава 1. Непрерывность и пределы функций

Глава 2. Производная функции

Глава 3. Техника дифференцирования

Глава 4. Интеграл и первообразная

Глава 5. Уравнения, неравенства и их системы

Глава 6. Комплексные числа

Принцип разделения трудностей на примере темы "Площадь криволинейной трапеции" (11 кл, с.103)

Упражнения

239. Какие из фигур на рисунке 88 являются криволинейными трапециями?

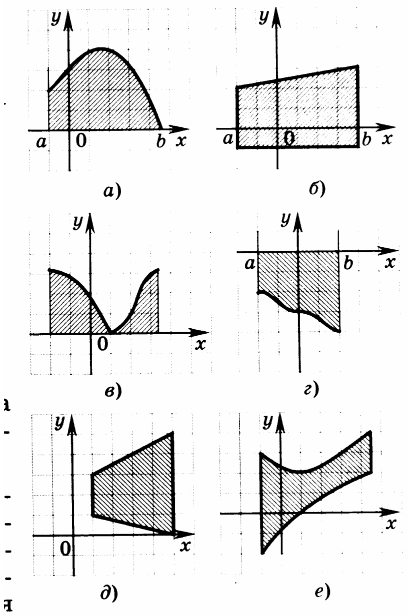


Рис. 88

240●. В каких случаях полученная в результате преобразования фигура по-прежнему будет криволинейной трапецией, если криволинейная трапеция:

1) сдвигается:

а) влево, б) вправо, в) вниз, г) вверх;

2) растягивается в k раз:

а) от оси абсцисс; б) от оси ординат.

Изменится ли ее площадь?

241●. Выразите площадь S фигуры, ограниченной графиками функций $y=f(x)$, $y=g(x)$ и прямыми $x=a$ и $x=b$ (рис.89) с помощью интеграла. Как вы думаете, почему на рисунке не изображена ось абсцисс?

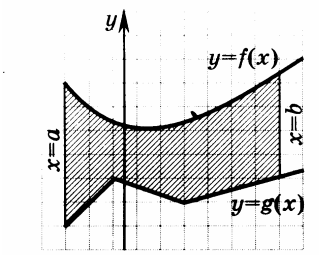


Рис. 89

242. Запишите площадь заштрихованных фигур с помощью интегралов (рис. 90, а-г).

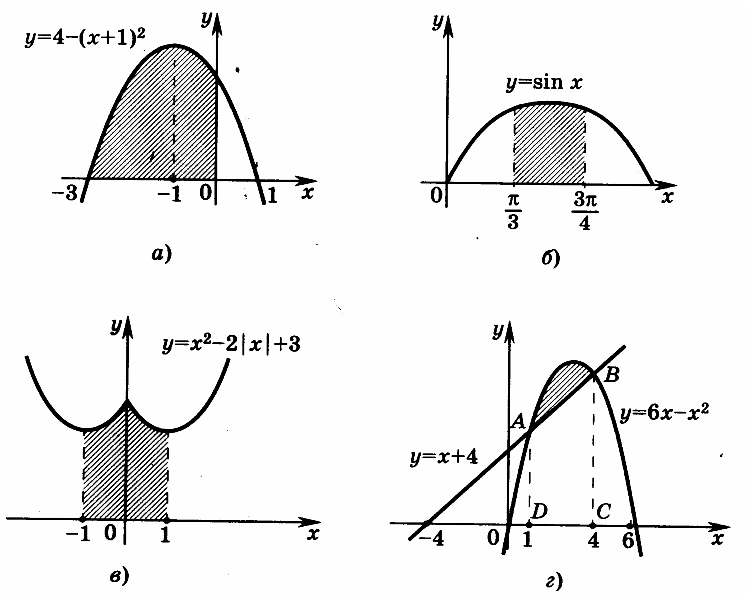


Рис. 90

243. Изобразите фигуру, площадь которой равна:

а) $\int\limits_{-2}^{0}(-x^3)dx$; б) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$; в) $\int\limits_{1}^{4}\frac{1}{x}dx$; г) $\int\limits_{1}^{e}\ln x dx$.

244. Выразите площади фигур закрашенных на рисунках 91 (а-г) через интегралы.

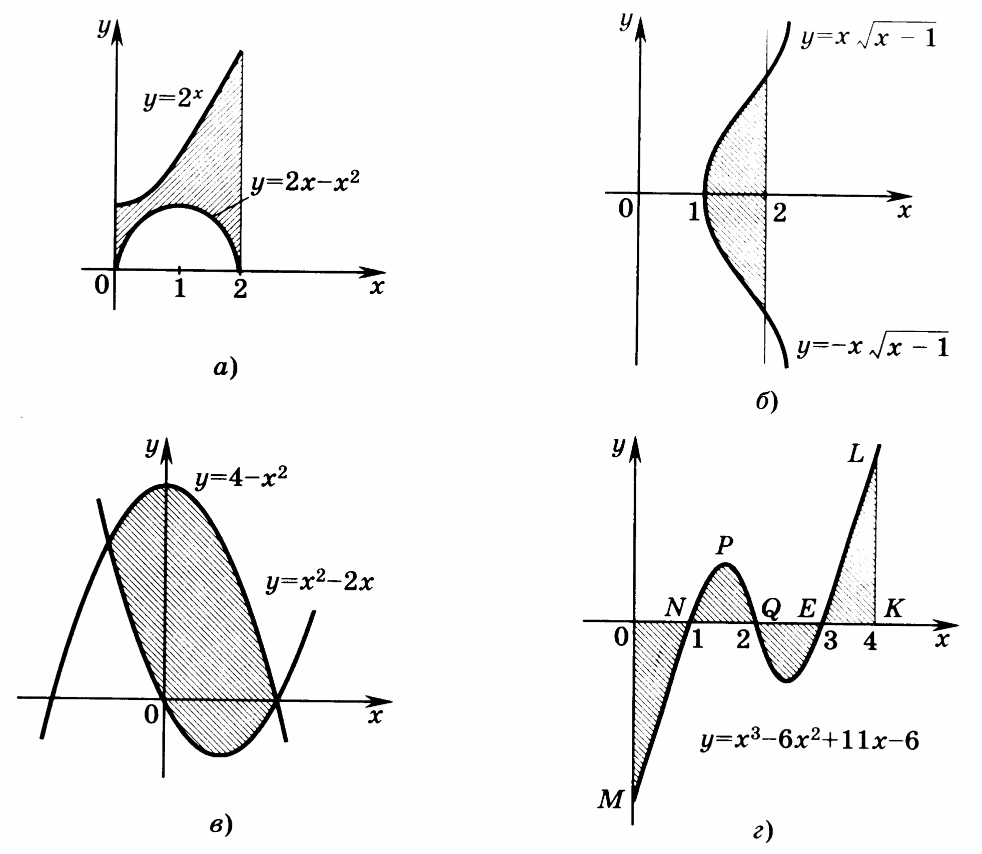


Рис. 91

245●. Запишите формулы для вычисления площадей фигур на рисунке 92 (а-в) с помощью интегралов.

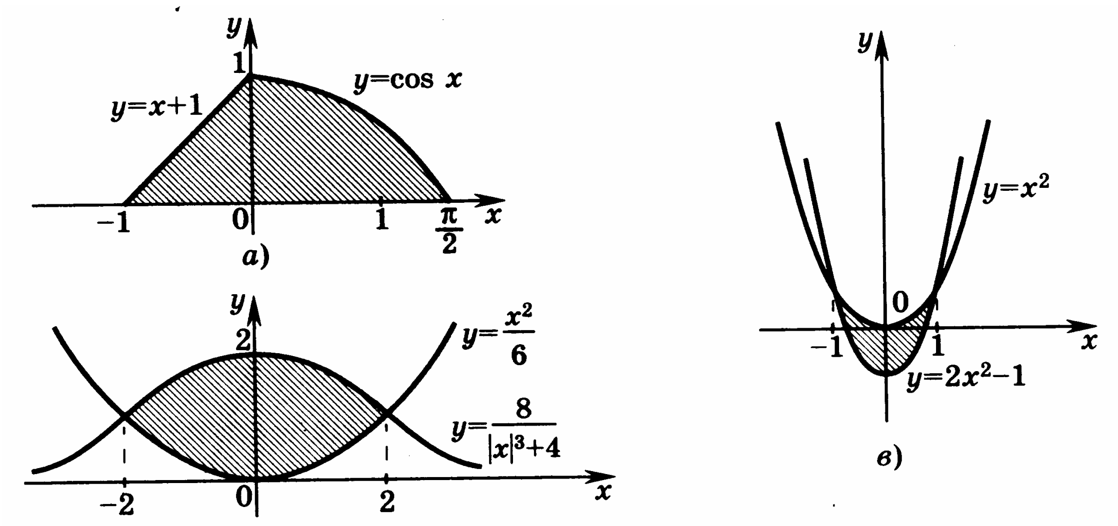


Рис. 92

246. Изобразите фигуру, ограниченную линиями:

а) $y=x^2-1$, $y=0$; в) $y=2x^2-4x+1$, $y=6-2x-x^2$; г) $y=2^x$, $y=\sqrt{18-x}$, $y=0$, $x=-1$

и выразите ее площадь через интеграл.

Раздел "Повторение" строится порционно (10 кл, с.191–192)

ГЛАВА

5

ПОВТОРЕНИЕ

Заключительная глава учебника состоит из двух пунктов. В первом — систематизируются знания о свойствах функций и преобразованиях их графиков. Вы познакомитесь также с обратными тригонометрическим функциями — последним классом функций, изучаемых в школьном курсе математики.

Второй пункт посвящен уравнениям и неравенствам. При этом основное внимание в нем уделено причинам появления посторонних решений, а также оформлению решений с использованием математической символики.

27. Функции и графики

Понятие функции начало складываться еще в XVII в. В начале функциями называли обычные алгебраические выражения с переменными — собственно, это сегодня они обычные, а тогда Декарт только-только ввел само понятие переменной. Впрочем, и сейчас никто из математиков не удивится, услышав выражения типа «функция x^2» или «сумма функций $\sin x$ и $\cos x$», — всем понятно, что в первом случае речь идет о функции $y = x^2$, а во втором — о сумме функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$, т. е. о функции $y = \sin x + \cos x$.

Существенное развитие понятие функции получило в XX в. в связи с разработкой теории множеств — стали рассматриваться не только знакомые вам числовые функции, но и функции, в которых переменные y и x принимают значения из произвольных множеств.

Область определения функции

За время изучения математики вы познакомились с различными функциями. Каждая функция имеет *область определения* — множество значений, которые может принимать ее аргумент. Наиболее часто приходится находить *естественную область определения* функции, заданной аналитически, т. е. с помощью математического выражения $f(x)$. Естественная область определения функции $y = f(x)$ состоит из всех значений x, при которых выражение $f(x)$ имеет смысл.

Упражнение

430. Найдите область определения функции $y = f(x)$, если $f(x)$ равно:

1) $\dfrac{x-1}{x^2-2x+1}$;
2) $\dfrac{x^2-1}{x^2+2x+1}$;
3) $\sqrt{5x^2+13x+8}$;
4) $(4x^2-7x+3)^{\frac{3}{5}}$;
5)○ $\log_{x-0,5}(4x-x^2-2)$;
6)● $\log_{\sin x+0,5}\cos x$.

Область значений функции

Каждому значению аргумента из области определения соответствует единственное значение функции. Все значения, которые принимает функция, составляют ее *область значений* (иногда можно встретиться с термином *область изменения функции* или *множество значений функции*).

Упражнение

431. Укажите области значений следующих функций:

1) $y = 2x - 17$;
2) $y = \dfrac{5}{x}$;
3) $y = x^2 - 14x + 33$;
4) $y = 10x - x^2 - 21$;
5)● $y = 2\sin^2 x + \sin x - 1$;
6)● $y = 12\cos x - 4\cos^2 x - 5$;
7)● $y = 0,5^{\,x^2-4x+3}$;
8)● $y = 2^{\sqrt{3-2x-x^2}}$;
9)* $y = 3^x + 3^{-x}$.

Непрерывность функции

Важным свойством, которым обладают многие функции, является *непрерывность*. Мы говорили, что функция непре-

Повторение носит обучающий характер

В теме "Обратимость функций" вводятся обратные тригонометрические функции (10 кл, с.199)

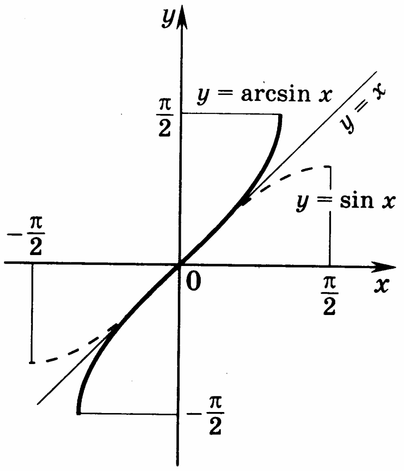


Рис. 113

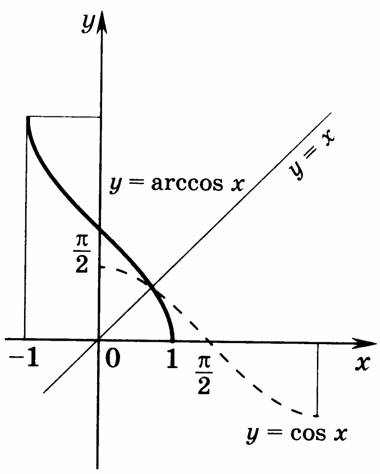


Рис. 114

Повторение носит обобщающий характер

В теме "Преобразование графиков" дана сводная таблица всех изученных преобразований графиков (10 кл, с.203)

№	Переход		Описание преобразования
	от графика	к графику	
1	$y = f(x)$	$y = f(x) + b$	Перенос параллельно оси ординат на b
2	$y = f(x)$	$y = f(x - a)$	Перенос параллельно оси абсцисс на a
3	$y = f(x)$	$y = kf(x)$, $k > 0$	Растяжение от оси абсцисс в k раз
4	$y = f(x)$	$y = f(kx)$, $k > 0$	Сжатие к оси ординат в k раз
5	$y = f(x)$	$y = -f(x)$	Симметрия относительно оси абсцисс
6	$y = f(x)$	$y = -f(-x)$	Симметрия относительно начала координат
7	$y = f(x)$	$y = f(-x)$	Симметрия относительно оси ординат
8	$y = f(x)$	$x = f(y)$	Симметрия относительно прямой $y = x$
9	$y = f(x)$	$y = \|f(x)\|$	Симметрия относительно оси абсцисс частей графика, расположенных в нижней полуплоскости
10	$y = f(x)$	$y = f(\|x\|)$	Уничтожение части графика слева от оси ординат и *дублирование* оставшейся части симметрично относительно оси ординат
11	$y = f(x)$	$\|y\| = f(x)$	Уничтожение части графика под осью абсцисс и *дублирование* оставшейся части симметрично относительно оси абсцисс

203

Задание на преобразование графика (10 кл, с.204)

451. Преобразуйте график функции $y = f(x)$ (рис. 119) в график уравнения:

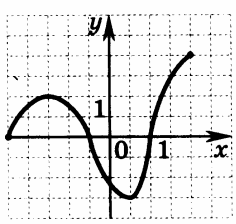


Рис. 119

1) $y = f(|x| + 1)$;
2) $y = f(|x + 1|)$;
3) $y = |f(x)| - 1$;
4) $y = |f(x) + 1|$;
5)● $y = ||f(x)| - 1|$;
6)● $|y| = ||f(x)| - 1|$.

В п.28 *обобщаются и систематизируются знания по теме "Уравнения и неравенства"*

(10 кл, с.209,213)

460. Является ли равносильным преобразование, связанное с заменой выражения а) выражением б)?

Если преобразование неравносильно, укажите причину неравносильности. Запишите дополнительные условия, выполнение которых следует проверить, чтобы избежать появления посторонних решений, или какие случаи следует дополнительно рассмотреть, чтобы не потерять решения:

1) а) $\frac{x^2-1}{x+1}$; б) $x-1$;

2) а) $x-1$; б) $\frac{x^2-1}{x+1}$;

3) а) $x+1$; б) $\sqrt{x^2+1+2x}$;

4) а) $\sqrt{x^2+1+2x}$; б) $x+1$;

5) а) $\sqrt{x^2+1+2x}$; б) $|x+1|$;

6) а) $\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$; б) $\frac{\operatorname{tg} x+\sqrt{3}}{\operatorname{tg} x-\sqrt{3}}$;

7) а) $\sqrt{1-\sin^2 x}$; б) $\cos x$;

8) а) $1+\operatorname{tg}^2 x$; б) $\frac{1}{\cos^2 x}$;

465$^{\bullet}$. Обоснуйте следующие равносильности:

1) $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x), \\ g(x) \geqslant 0; \end{cases}$

2) $\sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \geqslant 0, \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) > g^2(x), \\ g(x) \geqslant 0; \end{cases} \end{array} \right.$

3) $\sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geqslant 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) < g^2(x); \end{cases}$

4) $\log_{x-3} f(x) > \log_{x-3} g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 3 < x < 4, \\ 0 < f(x) < g(x), \end{cases} \\ \begin{cases} x > 4, \\ f(x) > g(x) > 0; \end{cases} \end{array} \right.$

5) $\lg (f(x) \cdot g(x)) = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \lg f(x) + \lg g(x) = 5, \\ \lg (-f(x)) + \lg (-g(x)) = 5; \end{array} \right.$

6) $\log_{g(x)} f(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (f(x)-1)(g(x)-1) \geqslant 0, \\ x \in \text{ОДЗ}; \end{cases}$

Домашние контрольные работы строятся по уровням знаний учащихся

(10 кл, с.214,215)

ДОМАШНИЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольная работа № 1 (к п. 1—4) (90 мин)

I уровень

1. Является ли y функцией x, если:

а) y — число учеников вашего класса, посетивших урок математики, а x — число учеников вашего класса, подготовившихся к этому уроку;

б) y — число учеников вашего класса, посетивших школу, а x — соответствующее число сентября;

в) x — натуральное число, а y — число, квадрат которого равен x;

г) x — натуральное число, а y — квадрат числа x?

Является ли в этих примерах x функцией y?

2. Функция $y = f(x)$ задана своим графиком (рис. 121). Найдите по графику:

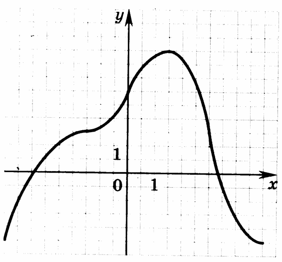


Рис. 121

а) область определения функции;

б) область значений функции;

в) промежутки возрастания и убывания;

г) значение x, при котором значение функции равно 3;

д) $f(-2)$;

е) нули функции;

ж) наибольшее и наименьшее значение функции.

Задает ли этот график x как функцию?

3. Постройте график непрерывной функции $y = f(x)$, если: $D(f) = (-4; 3]$, ее наибольшее значение равно 3, а наименьшее -2, функция убывает на промежутке $(-4; 1]$, а возрастает на промежутке $[1; 3]$.

4. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{\dfrac{x^3 - x}{x^2 + 2x - 3}}$; б) $y = \sqrt{1 - x} + \sqrt{x + 3}$.

5. Разрывна ли кусочно-заданная функция

$$y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \leqslant 1, \\ 2 - x & \text{при } x > 1? \end{cases}$$

Постройте ее график.

6. С помощью каких преобразований из графика функции $y = \dfrac{1}{x}$ можно получить график дробно-линейной функции $y = \dfrac{2x - 1}{x + 1}$? Постройте ее график.

II уровень

7. Определите с помощью графика, сколько корней имеет уравнение: $\sqrt{1 - x} - x^2 - x + 1 = 0$.

8. Решите уравнение: $\sqrt{x + 6} + \sqrt{x - 5} = 11$.

III уровень

9. Найдите наибольшее значение функции

$$y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 6x + 9}}.$$

10. Постройте график функции $y = x^2 - 2|x| + 4$.

Аудиторные контрольные работы находятся в методических рекомендациях и построены по структуре ЕГЭ

Вариант 1.

I уровень. В заданиях 1–5 укажите номер ответа, который вы считаете верным.

1. Укажите область значений функции $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2}$.

Ответы: 1) $(-\infty; 0)$; 2) $(-\infty; 1)$; 3) $(0; +\infty)$; 4) $(1; +\infty)$.

2. Решите неравенство $\dfrac{6}{x} + \dfrac{6}{x+1} \le 5$.

Ответы: 1) $-1<x\le 0{,}6$ и $0<x\le 2$; 2) $x\le -0{,}6$ и $x\ge 2$; 3) $x<-1$ и $-0{,}6\le x<0$ и $x\ge 2$.

3. Укажите функцию, область определения которой – промежуток $(-\infty; -2)$.

Ответы: 1) $f(x) = \sqrt{\dfrac{-3}{2+x}}$; 2) $h(x) = \dfrac{1}{(x+2)^2}$; 3) $p(x) = \sqrt[4]{\dfrac{2-x}{4+x^2}}$.

4. Найдите наименьшее значение функции $y = 2x^2 - 8x + 3{,}1$.

Ответы: 1) 0; 2) –4; 3) –5,1; 4) –4,9.

5. Какая из функций, заданных графиком (рис.6.), возрастает на промежутке $[a;b]$?

Ответы: 1); 2); 3); 4).

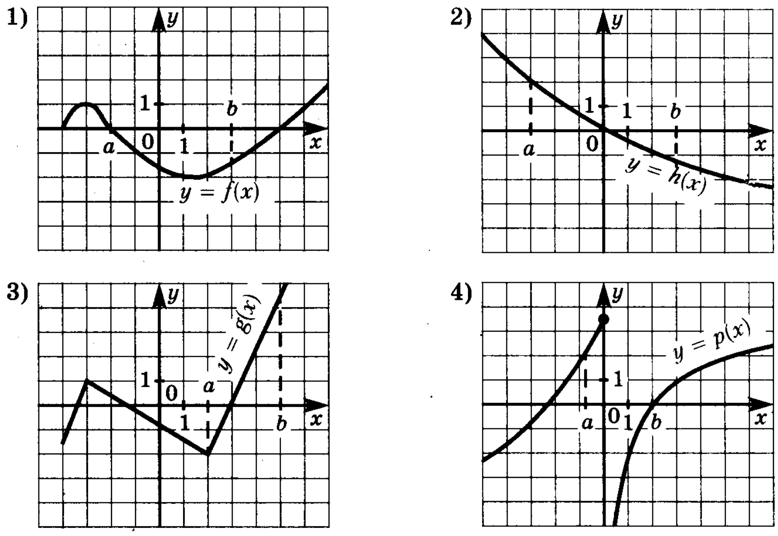


Рис.6.

II *уровень*

6. 1) Изобразите график какой-нибудь функции $y = f(x)$, непрерывной на отрезке $[1;4]$ так, чтобы одновременно выполнялись условия:

а) $x = 3$ – нуль функции;

б) функция убывает на отрезке [1; 2] и возрастает на отрезке [2; 4].

2) Сколько корней имеет уравнение $f(x) = 0$ на отрезке [1; 4]?

Ответ на задание 2) зависит от того, какой график ученик изобразил.

3) В какой точке функция принимает свое наименьшее значение?

7. Запишите уравнение, задающее геометрической место точек, равноудаленных от точек $A(-2; 1)$ и $B(6; 3)$.

8. Закрасьте множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $(y-3x)(2y+x)\geq 0$.

III *уровень*

9. Найдите наименьшее значение функции $y = \dfrac{1}{\sqrt{3 + x - \frac{1}{4}x^2}}$.

10. Постройте график функции $y = \left|4|x| - 3 - x^2\right|$.